

# Divulgación matemática modelizando problemas

## Popular mathematics modelling problems

**Andrés Frías Muñoz, Adela María Villegas Escobar**

Universidad de Granada, Facultad de Ciencias de la Educación, Granada, España

[anfrimu@correo.ugr.es](mailto:anfrimu@correo.ugr.es), [adelave@correo.ugr.es](mailto:adelave@correo.ugr.es)

### Resumen

Modelizar es una de las competencias matemáticas que requiere una mayor conexión entre el mundo real y el mundo matemático. Desde una perspectiva “STEM” (Science, Technology, Engineering and Mathematics), la resolución de problemas reales puede abordarse conectando los conocimientos adquiridos en las distintas áreas. En ocasiones, el formato de presentación de la tarea permite contrastar la información aportada tanto por los conocimientos teóricos, la experimentación, el uso de las nuevas tecnologías y el material manipulativo. En este artículo se presentan las estrategias que aportan a la resolución de determinado problema de billar distintas disciplinas: Matemáticas, Ciencias, Ingeniería e Informática.

La conjunción de los cálculos matemáticos, la programación informática, la experimentación basada en el método científico y la construcción de modelos permite afrontar la solución con mayor probabilidad de acierto.

### Palabras clave

STEM, matemáticas, modelizar, billar, simetría, divulgación científica, innovación.

### Abstract

Modelling is one of the mathematical competences that require a greater connection between the real world and a mathematical one. From a "STEM" perspective (Science, Technology, Engineering and Mathematics), solving real problems can be treated connecting the knowledge acquired in different areas. Sometimes the way a task is presented allows contrasting the information provided by theoretical knowledge,

experimentation, the use of new technologies and manipulative material. This article presents the strategies that contribute to the resolution of a particular billiard problem given by different disciplines: Mathematics, Science, Engineering and Technology.

The combination of mathematical calculations, computer programming, experimentation, based on the scientific method and the construction of models provides us a way to face the solution with greater probability of success.

## **Key words**

STEM, mathematics, modelling, pool, symmetry, popular science, innovation.

## **1. INTRODUCCIÓN**

El proyecto al que se refiere este artículo surge a partir de la iniciativa conjunta de un profesor y un grupo de estudiantes del Máster Universitario en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas, en el contexto de las asignaturas del módulo específico Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas, Complementos de Formación en Matemáticas e Innovación Docente e Investigación Educativa. Este heterogéneo grupo comparte el interés por las actividades de divulgación científica e innovación educativa.

En este sentido, nos planteamos diseñar y desarrollar un proyecto que se presentarían en diversos medios de divulgación para contribuir al alcance de estos ambiciosos objetivos. Este proyecto gira en torno al desarrollo de la competencia STEM trabajando la modelización matemática de situaciones cotidianas.

Abordar un mismo problema desde distintos puntos de vista estimula el desarrollo de la competencia STEM. De este modo, el proyecto se tratará desde una perspectiva multidisciplinar, que relaciona las áreas de conocimiento científica, tecnológica, ingenieril y matemática.

Por otro lado, el proyecto se centrará en la modelización matemática de una situación que sea atrayente para el público en general. Sin embargo, el nivel de abstracción necesario para la resolución del mismo se puede ajustar a las capacidades de cada individuo. Además, el problema a modelizar, parte de algunas ideas intuitivas que se formalizarán a lo largo del proyecto.

## **2. MARCO TEÓRICO**

De acuerdo a Calvo (2000), cada vez más a menudo, los científicos y educadores consideran la divulgación como una necesidad, ya que ciertas investigaciones, experimentos y descubrimientos han de ser incorporados como parte de la cultura de una sociedad.

Con el fin de hacer más cercanos los contenidos matemáticos a la sociedad, se debe innovar y hacer que estas lleguen de forma divulgativa, es decir, crear una serie de actividades que hagan accesible al público unos conocimientos científicos, en este caso, matemáticos.

Por otro lado, la evolución a pasos agigantados de la sociedad requiere personas cada vez más capacitadas y competentes. Este hecho es el que motiva la implantación del aprendizaje por competencias en nuestro sistema educativo actual.

Según el *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*, “el aprendizaje por competencias favorece los propios procesos de aprendizaje y la motivación por aprender”.

En la citada ley, una de las competencias a desarrollar en el aprendizaje por competencias es la **competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)**, formada por tres de los cuatro integrantes de la competencia STEM: Ciencia, Tecnología y Matemáticas, exceptuando la ingeniería que se desarrolla de forma implícita. Como sugieren Lupiáñez y Ruiz (2014), la base educativa de STEM es la de suprimir las fronteras que existen entre dichas ramas del conocimiento e integrarlas, a través de una experiencia de aprendizaje rigurosa y reveladora para los estudiantes. Además, señalan que los estudiantes que desarrollan y adquieren la competencia deben ser innovadores, solucionadores de problemas, autosuficientes, lógicos y tecnológicamente cultos.

En el *Real Decreto 1105/2014*, se alude a la competencia CMCT como la “habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático con el fin de resolver problemas diversos en situaciones cotidianas”. Dicha competencia se subdivide en otras siete capacidades, de entre las que se hará especial hincapié en la referente a modelización.

Bassanezi y Biembengut (1997) afirman que:

“la mayoría de autores, cuando hablan de modelización matemática, lo hacen como el proceso que utiliza conceptos y técnicas, esencialmente matemáticas, para el análisis de situaciones reales. En cambio, son raros los casos en que se emplea tal proceso para el propio estudio de las matemáticas.”

De esta afirmación se deduce que a raíz de la modelización matemática surgen dos facetas. Por un lado, estudiar la realidad a partir de las matemáticas y por otro, estudiar las matemáticas a partir de la realidad. Estas dos vertientes, no son necesariamente disjuntas, sino que en la mayoría de ocasiones se trata de un proceso cíclico bidireccional.

Detrás de toda situación real, hay conexión con las matemáticas. Dichas conexiones se pueden representar utilizando un proceso de modelización que conforme a Blomhøj y Højgaard Jensen (2003) consta de seis pasos:

1. Formulación del problema.
2. Selección de los objetos relevantes, relaciones, etc. del problema formulado.
3. Traducción de dichos objetos y relaciones al lenguaje matemático.
4. Uso de métodos matemáticos para obtener resultados y conclusiones matemáticas.
5. Interpretación de los resultados y conclusiones citados, considerando el problema inicial.
6. Evaluación de la validez del modelo comparando con datos observados o predichos o con el conocimiento teórico.

Diversos autores han descrito algunas de las ventajas que conlleva la utilización de modelos matemáticos en la enseñanza como Blomhøj (2004) o Biembengut y Hein (2004). Entre ellas se resalta que:

- Motiva el aprendizaje de las matemáticas, al estudiarlas como medio para describir y entender situaciones de la vida diaria, lo que genera a su vez, mayor interés en la materia
- Ayuda a comprender los avances tecnológicos de la sociedad
- Fomenta la originalidad para formular y resolver problemas
- Proporciona una mejor comprensión de los conceptos matemáticos.

### 3. DISEÑO DEL PROYECTO

Para diseñar el proyecto, se tendrán en cuenta los seis pasos a seguir, descritos en la sección anterior, para modelizar una situación cotidiana. Con cada una de las tareas que se propondrán a continuación, se pretende guiar a los presentes para modelizar una situación.

En primer lugar, se ha de encontrar una situación de la vida real que se pueda modelizar y que además, atraiga al público, independientemente de su edad o del nivel educativo.

La situación que se ha modelizado es una determinada jugada de billar, en la que uno de los jugadores no tiene un tiro directo a ninguna de sus bolas desde la posición de la bola blanca. El objetivo del jugador es golpear con la bola blanca una de sus bolas, sin golpear previamente alguna de las bolas de su oponente, evitando así, la penalización de un tiro adicional para el contrincante.

Siguiendo los pasos del proceso de modelización, tras formular el problema que vamos a modelizar, el público deberá determinar los elementos claves del mismo. La finalidad de las dos tareas siguientes es ayudarles en esta labor.

*Tarea 1.* ¿Qué elementos consideras más importantes para resolver el problema?

*Tarea 2.* Dada la situación anterior, y sabiendo que es difícil hacer que la bola salte en una dirección determinada, ¿cómo resolverías el problema? Si el objetivo es golpear la bola de tu equipo, ¿cuál sería aproximadamente el punto de rebote? ¿Es importante este punto? ¿Qué criterio has utilizado para determinarlo?

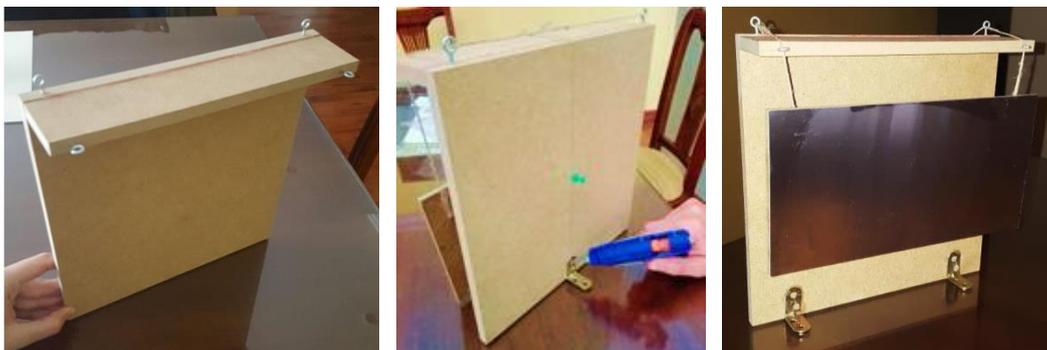
La siguiente tarea tiene como propósito guiar a los asistentes en el proceso de matematización, es decir, traducir el problema de la vida real a lenguaje matemático.

*Tarea 3.* Si tuvieras a tu alcance un espejo y pudieras utilizarlo para averiguar donde tiene que rebotar la bola blanca, ¿dónde lo colocarías? ¿Crees que es importante la inclinación del espejo? ¿Podrías ingeniar alguna estructura que sostenga el espejo mientras tú tiras?

Aunque se ha pedido que se idee la estructura, construirla sería un proceso largo y puesto que el objetivo del proyecto es divulgar las matemáticas, se ha construido una posible solución a esta tarea, teniendo en cuenta las apreciaciones que se plantean en ella.

Para construir la maqueta hay que determinar qué materiales y qué forma ha de tener para que sostenga el espejo en vertical y que caiga justo encima de la banda.

Se ha optado por unir dos piezas de madera, formando un ángulo recto y usando cáncamos, colgar con cuerda el espejo. El siguiente paso es colocar una chincheta en la parte de la estructura opuesta al espejo para poder ajustar la inclinación de este. Para finalizar, se han pegado con silicona ángulos en la base para que la estructura se sostenga.



**Figura 1.** Construcción de la estructura del espejo.

La tarea posterior se formula con el propósito de utilizar métodos matemáticos para obtener resultados. Para ello, se utilizará la estructura de la *Tarea 3*.

*Tarea 4.* Utilizando el espejo, ¿cómo puedes obtener el punto de rebote? ¿Qué concepto matemático estás empleando? Describe el proceso que deberías seguir para golpear la bola deseada.

Las tres tareas que se presentan a continuación aúnan los pasos para matematizar y usar métodos científicos para obtener resultados teóricos, mediante la ciencia, la matemática y la informática.

El problema tratado también se puede resolver desde una perspectiva científica usando conocimientos de física, concretamente, la reflexión de la luz (*Tarea 5*). Otra perspectiva para abordar el problema es la estrictamente matemática, utilizando el concepto de simetría axial (*Tarea 6*). La última perspectiva a tratar será la informática, apoyándose en el uso de software matemático interactivo.

*Tarea 5.* ¿Cómo puedes utilizar un rayo de luz (láser) para obtener el punto de rebote?

*Tarea 6.* Utiliza un sistema de referencia cartesiano (cuadrícula) para representar la situación. Describe la solución del problema y justifica el procedimiento utilizando simetrías y las relaciones entre los ángulos.

Para agilizar el desarrollo de la actividad, se llevaba cuadrículada la mesa de billar y sus copias en papel milimetrado, siendo estas últimas plastificadas para poder utilizar rotuladores de pizarra y borrar sin que quede rastro de la solución.



**Figura 2.** Planos coordenados.

Previamente a la propuesta de la *Tarea 7*, se ha creado un programa con GeoGebra en el que se modela la trayectoria que sigue la bola blanca tras hacer un rebote en un punto cualquiera de las bandas, conocida la posición de la bola blanca (punto). En este mismo programa se ha incluido un segundo punto que simula la bola que se desea golpear. Además, se pueden mostrar las reflexiones respecto a cada banda tanto del tablero como de la bola de color. Finalmente, se ha añadido el segmento que une cada reflexión de la bola de color con la blanca. Los participantes dispondrán de una leyenda en la que se indica a qué hace referencia cada uno de los elementos necesarios del archivo.

*Tarea 7.* Haz variar la posición del punto de rebote del archivo de GeoGebra y comprueba que hay un único punto en cada banda con el que se golpea la bola de color. A continuación, selecciona la banda en la que quieres hacer rebote y activa los elementos necesarios del programa para encontrar el punto de rebote en la banda seleccionada. Utiliza un nuevo archivo para modelar la situación y resolver el problema planteado.

La siguiente tarea será una generalización de las anteriores, con el objetivo de encontrar una solución distinta a la ya obtenida, haciendo rebotar la bola blanca en dos bandas. Para ello, es necesario construir una segunda estructura que sostenga otro espejo, dos nuevas cuadrículas y un nuevo archivo de GeoGebra que incluya esta modificación.

*Tarea 8.* ¿Cómo resolverías el problema si en lugar de hacer rebote en una sola banda, desearas rebotar en dos? Puede serte de ayuda las ideas de las tareas anteriores.

Para finalizar el proceso de modelización, se plantea una nueva tarea en la que se haga una interpretación de los resultados sobre el problema inicial y se evalúe tanto la validez del modelo como los datos predichos, uniendo los dos últimos pasos del proceso.

*Tarea 9.* Una vez encontrados los puntos de rebote mediante los cuatro métodos anteriores, ¿hacen referencia al mismo punto de la banda? Intenta hacer el rebote para comprobar si el modelo es válido.

## **4. DESARROLLO DEL PROYECTO**

Como ya se ha mencionado, con este proyecto se pretende desarrollar la competencia STEM de una forma atractiva para el público. Concretamente, se hará a través de un juego conocido para la gran mayoría de personas, pero en el que no todas son hábiles, puesto que requiere técnica y cierta destreza. Este juego es el billar.

Para ejemplificar la situación que se desea modelar, se presenta la siguiente imagen. Cualquier situación que cumpla las condiciones descritas en el diseño, tiene al menos los elementos que aparecen en ella, aunque la posición de las bolas podría ser distinta. Por tanto, se presentarán las tareas diseñadas referidas a esta situación concreta. Si la posición de estos elementos variase, el procedimiento para modelizar la situación y resolver el problema sería idéntico al que se va a seguir.



**Figura 3.** Propuesta de la situación.

En esta situación, es el turno del equipo que lleva las bolas lisas pero no hay un tiro directo. Sin embargo, debería darle a su bola sin tocar con anterioridad la bola rayada, pues en caso contrario, concedería dos turnos al otro equipo y con ellos, la posibilidad de ganar la partida.

Tras mostrar la situación sobre la que se trabajará y formular el problema, se plantea al público la *Tarea 1*. La mayoría de los asistentes coincidían en que los elementos clave eran la bola blanca, la bola roja y la banda en la que se iba a hacer el rebote. Algunos, incluso señalaban que lo importante no eran las bolas en sí, sino la posición de estas.

Antes de iniciar el proceso de matematización, es necesario determinar de qué forma se va a resolver el problema. Con este proyecto, se pretende que el público realice rebotes en una o más bandas para golpear la bola roja.

Puesto que no todos los participantes notan la importancia del punto de rebote, se formula una segunda tarea para que verifiquen la relevancia de este. Tanto es así, que el problema a resolver será encontrar dicho punto.

En la primera pregunta de esta tarea, el público estaba de acuerdo en que había que hacer rebotar la bola blanca en alguna banda. Y esto, daba lugar a las siguientes preguntas, en las que todos coincidían en que el punto de rebote sí era significativo. Sin embargo, consideraban erróneamente que el punto de rebote era el correspondiente al punto medio de las proyecciones de las bolas sobre la banda de rebote.

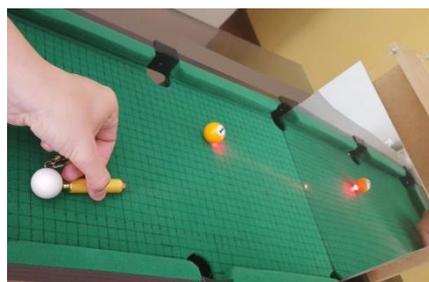
Para la siguiente tarea, se le ofrece al participante la posibilidad de utilizar un espejo para ejecutar el golpe. En este momento, debe pensar como un **ingeniero** e idear la manera de sostener el espejo mientras realiza el tiro. Para ello, debe analizar qué aspectos son importantes a la hora de colocar el espejo. Las primeras preguntas de la *Tarea 3* inciden en la importancia de la posición e inclinación del espejo, ya que si este no forma un ángulo recto con la horizontal o no se sitúa exactamente en el borde de la banda de rebote, la imagen reflejada del billar estará distorsionada. Finalmente, se pide que idee la estructura.

Ya construida la estructura del espejo, en la *Tarea 4* se propone utilizarla para dar una solución al problema inicial. En numerosas ocasiones, ha sido necesario hacer ver a los asistentes que el ángulo con el que incide la bola blanca en la banda es el mismo con el que sale despedida. Usando esto, y colocando el espejo según lo establecido en la *Tarea 3*, la mayoría de los participantes concluían dónde debían apuntar para golpear la bola roja, sin embargo, eran menos los que indicaban el concepto matemático utilizado: la simetría axial.



**Figura 4.** Solución del ingeniero.

Tras llegar a la conclusión anterior, se explica que si se sitúa un espejo en la banda en la que se va a hacer el rebrote, en el espejo aparecerán reflejados perpendicularmente los elementos que hay en la mesa de billar, conservando las distancias que hay entre estos y la banda en la que se sitúa el espejo. Si se golpea la bola blanca (real) en dirección al reflejo de la bola roja, se puede asegurar que golpeará la roja (real) del tablero. Esto sucede porque al apuntar a la bola del espejo, estamos creando un segmento imaginario cuyos extremos son la bola blanca real y la roja reflejada. Cuando la bola blanca toque la banda y puesto que no puede atravesar el espejo, la bola seguirá en la dirección simétrica a la que tenía el segmento anteriormente mencionado.



**Figura 5.** Solución del científico (física).

En la *Tarea 5*, el jugador debe hacer uso de uno de los elementos más estudiados en ciencia: la luz. Recurriendo a la estructura del ingeniero, expuesta en la tarea anterior, un **científico** puede utilizar sus conocimientos de física (aplicando la ley de reflexión de la luz) para resolver este mismo problema, con ayuda de un puntero láser. Si el puntero se sitúa justo delante de la bola blanca y con él se apunta en dirección al reflejo de la bola roja, aparecerá tanto la trayectoria que ha de seguir la bola para conseguir su objetivo como el punto exacto en el que ha de hacer el rebote.

Aunque todos los asistentes coincidían en que el rayo de luz simularía la trayectoria de la bola blanca, casi ninguno de ellos hacía referencia a la importancia de situar el puntero en la posición de la bola blanca, por lo que había que mostrarles la relevancia de ese detalle.

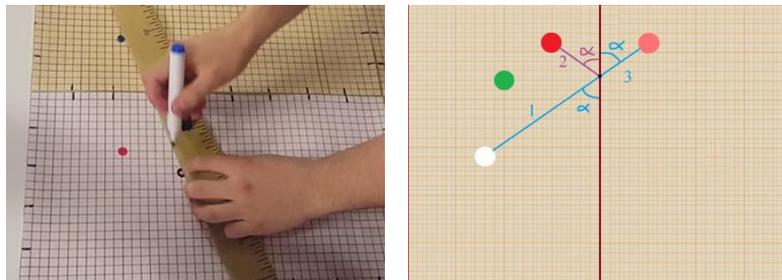
La *Tarea 6* sugiere que se utilice un sistema de coordenadas cartesianas. El primer paso es situar los elementos clave de la *Tarea 1* en este sistema de referencia para, posteriormente, efectuar de forma gráfica las simetrías axiales correspondientes a las reflexiones que provocan los espejos sobre este y obtener el punto exacto en el que se debe rebotar para golpear la bola roja.

El **matemático** realiza una cuadrícula en la superficie de la mesa de billar para poder modelar el problema y hacer una correspondencia entre la teoría y la práctica. También realiza, a escala, dos copias de la cuadrícula en papel milimetrado. Una de ellas simulará la mesa de billar y la otra, el tablero reflejado.

En la cuadrícula que simula la mesa de billar se expone la situación, utilizando puntos para representar las bolas. A continuación, se establece la banda en la que va a

rebotar la bola blanca, que será el eje de la simetría axial. Por tanto, se debe situar otra cuadrícula contigua al eje y pintar en ella el reflejo de las bolas (a la misma distancia del eje, puesto que la simetría axial conserva las distancias). Una vez pintadas las bolas en ambas cuadrículas, se traza el segmento que une la bola blanca de la cuadrícula que simula la mesa de billar, con la bola roja que habrá en la que simula el reflejo. Así, el punto de intersección con el eje será el punto de rebote.

Matemáticamente, se puede demostrar que la bola blanca golpeará la bola roja si rebota en este punto. Para ello, tan solo hay que comprobar en la *Figura 6* que el segmento 2 forma con el eje el mismo ángulo que el segmento 1. Evidentemente, el simétrico del segmento 2 es el segmento 3, pues sus extremos son simétricos respectivamente y por construcción del punto, el segmento 3 es prolongación del 1. Como el ángulo que forma 1 con el eje es opuesto por el vértice al que forma 3 con el eje, estos son iguales. Además, este es el ángulo simétrico del que forma 2 con el eje, por lo que serán iguales. Queda así demostrado que la bola blanca golpeará a la bola roja si rebota en este punto.



**Figura 6.** Solución del matemático.

La *Tarea 6* no solía presentar ninguna dificultad entre el público, ya que la resolución del problema se ha ido trabajando a lo largo de las tareas anteriores. Por tanto, se pudo hacer razonar la relación existente entre los ángulos obtenidos a aquellos participantes con mayor nivel de abstracción.

La *Tarea 7*, es quizá la tarea que ha requerido mayor adaptación al nivel del participante. En caso de que presentase dificultades en la tarea anterior, tan solo tenía que comprobar la unicidad del punto de rebote en cada banda. En caso contrario, estaría capacitado para activar los elementos del programa necesarios para hallar la solución. Finalmente, tan solo los más aventajados podrían modelar, de forma autónoma, la situación en un nuevo archivo de GeoGebra, con ayuda de una tabla en la que aparecen explicados los comandos necesarios, y resolver el problema.

El **informático** se centra en programar utilizando GeoGebra el modo en el que debería rebotar la bola blanca en la banda para golpear la bola roja. GeoGebra es un programa de manipulación geométrica que posee por defecto un sistema de coordenadas cartesianas. Se puede modelar el comportamiento de un rebote sabiendo que el ángulo de incidencia es el mismo que el de salida, o lo que es lo mismo, que las pendientes de estas rectas son opuestas. También se puede utilizar GeoGebra para seguir los pasos del matemático utilizando el sistema de coordenadas propio del programa.

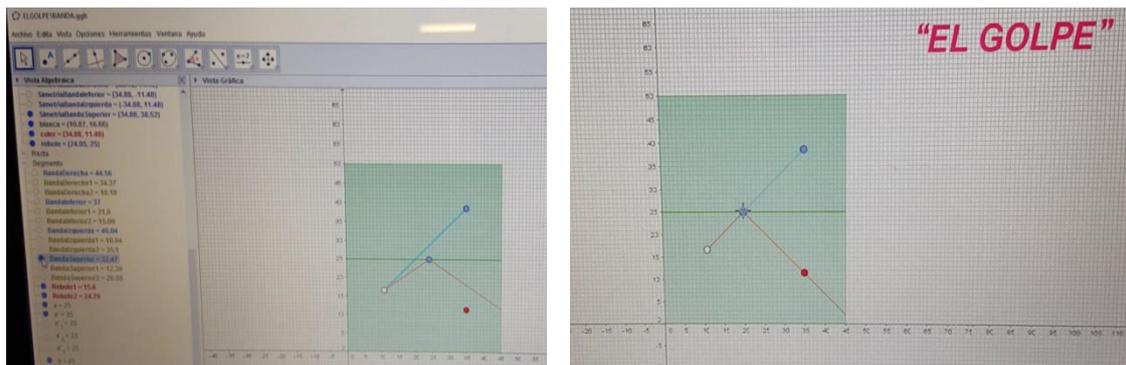


Figura 7. Solución del informático.

En la *Tarea 8* se propone resolver el problema haciendo rebote en dos de las bandas. Esta actividad solo se propondrá a aquellos asistentes que no hayan presentado dificultades en las tareas anteriores, y en ciertas ocasiones, como alternativa a la última parte de la tarea anterior.

Si se desea que la bola rebote en dos bandas, hay que dividir el problema en dos partes. En la primera parte se supone que la bola blanca ya ha golpeado la primera banda y se procede como si se quisiera golpear la bola a una banda desde cierto punto (rebote) de la primera banda. En el segundo paso, el objetivo es apuntar hacia el punto de rebote de la segunda banda, obtenido en el paso anterior, haciendo que la blanca rebote en la primera banda. Así, utilizando estos dos rebotes se obtendría la trayectoria que ha de seguir la bola blanca si esta golpeará dos de las bandas de la mesa de billar.

Finalmente, un primer objetivo de la *Tarea 9* es comprobar la coherencia de las cuatro soluciones obtenidas e interpretarlas considerando el problema inicial. El segundo objetivo de la tarea es determinar si la solución obtenida es válida o, por el contrario, el modelo que se ha construido tiene algún fallo.

En general, las soluciones que los participantes obtenían mediante los diferentes métodos variaban en menos de una unidad de la medida tomada como referencia en el tablero. Cuando esto no ocurría, los participantes llegaban a la conclusión de que, aunque el modelo era correcto, no habían tomado las mediciones con suficiente exactitud.

Respecto a la comprobación de las soluciones, muchos de los jugadores erraron en la primera, incluso la segunda prueba de validez pero atribuían este hecho a la falta de destreza en el tiro, ya que observaban que la bola no estaba rebotando en el punto al que apuntaban.

## 5. MEDIOS DE DIVULGACIÓN

El objetivo de nuestro proyecto era modelar una situación para resolver un problema de la vida real y hacer llegar esta estrategia de resolución de problemas a la sociedad, de una forma divulgativa. Por este motivo, el trabajo se presentó en varios eventos como la Feria de la Ciencia, la Noche Europea de los Investigadores y Ciencia en Acción, programas que promueven la divulgación científica. Por otro lado, formar parte de encuentros científicos con esta finalidad, hace que los alumnos del máster puedan mejorar su experiencia como docentes.

## ***Feria de la Ciencia 2017***

Con motivo de celebrar su aniversario, el Departamento de Educación del Parque de las Ciencias de Granada organiza una serie de actividades para fomentar el interés científico de la sociedad el día de puertas abiertas. Entre ellas, se encuentra la Feria de la Ciencia, encuentros científicos, concursos...

En el 22º Aniversario del Parque, se celebró la 20ª edición de la Feria. Durante la jornada se presentaron centenas de proyectos de informática, robótica, matemáticas, física, óptica, anatomía del cuerpo humano... incluido "*El Golpe*", que los profesores en formación elaboramos durante el curso académico.

El proyecto tuvo una gran acogida, hecho que resultó muy satisfactorio para los alumnos del máster y motivó a estos para desarrollar nuevos proyectos divulgativos en el futuro. Por otra parte, la Feria de la Ciencia supuso un gran reto para los colaboradores del proyecto ya que debían plantear al público las distintas tareas, adaptándolas al nivel educativo del individuo en cada momento. Esto requiere que los organizadores del proyecto conozcan en profundidad todos los contenidos que se tratan en el mismo y que tengan la habilidad para expresarlos en función del público al que se dirigen.

## ***Noche Europea de los Investigadores 2017***

La Noche Europea de los Investigadores (Open Researchers), es una actividad promovida por la Comisión Europea que se celebra cada otoño en más de 250 ciudades europeas. Entre ellas se encuentran las provincias andaluzas que presentaron miles de actividades para acercar la ciencia al público, relacionando la investigación con la vida cotidiana de una forma entretenida y amena. Se suele llevar a cabo el último viernes del mes de septiembre y en Granada, está organizada mayormente por la Universidad de Granada.

Al igual que se hizo en la Feria de la Ciencia, se expuso el proyecto de forma divulgativa. Sin embargo, al estar ubicado en la sección Kids Corner, un área dedicada a los más pequeños, se dio más importancia a la faceta manipulativa para que los niños pudiesen aprender mientras jugaban.

## ***Ciencia en Acción 2017***

El Programa "Ciencia en Acción" es una iniciativa del Consejo Superior de Investigaciones Científicas, la Fundación Lilly, la Fundación Privada Cellex, el Instituto de Ciencias Matemáticas, la Real Sociedad Española de Física, la Real Sociedad Española de Química, la Sociedad Española de Astronomía, la Sociedad Española de Bioquímica y Biología Molecular, la Sociedad Geológica de España y la Universidad Nacional de Educación a Distancia.

Este programa aproxima la ciencia y la tecnología al gran público de una manera dinámica, fácil y amena, presentando la ciencia de una manera atractiva y motivadora para que los jóvenes y el público general se interesen por ella. "Ciencia en Acción" está dirigido a profesores de todos los niveles educativos, estudiantes, investigadores y divulgadores científicos, interesados en la enseñanza de la ciencia, y con el fin de motivar a los participantes, este programa premia la singularidad del proyecto y la puesta en escena del mismo.

La decimoctava edición del certamen tuvo lugar del 6 al 8 de octubre en Ermua y Eibar (País Vasco). Fue un viaje corto pero intenso, puesto que además de presentar nuestra propuesta didáctica pudimos compartir nuestra experiencia sobre ciencia y tecnología con los diferentes participantes, coger ideas para futuros trabajos...

A diferencia de los anteriores medios de divulgación, para participar en este programa, es obligatorio realizar un vídeo presentación del proyecto. Los vídeos correspondientes a los proyectos finalistas se incluyen en un CD recopilatorio.

## 6. CONCLUSIONES

Destacamos tres contribuciones de este trabajo. En primer lugar, ofrece la oportunidad al futuro docente de analizar los problemas a los que se enfrentan los alumnos en clase, las dificultades que un determinado concepto puede acarrear y les ayuda a percatarse de cuando es necesario utilizar otras técnicas de enseñanza. Además, es más sencillo para los estudiantes observar una situación real, interpretarla y proponer una solución utilizando razonamientos matemáticos, y de esta forma, apreciar los numerosos casos en los que es posible aplicar las matemáticas.

En segundo lugar, los integrantes del grupo hemos trabajado en equipo y de forma autónoma en el proyecto, a partir de algunos consejos del profesor. También hemos tenido que profundizar en el tema que íbamos a tratar, estudiando los distintos contenidos que intervienen en el proceso de resolución para poder así establecer de forma secuenciada las tareas en el diseño y resolver las dudas que podrían surgir en los eventos en los que se expuso.

Por último, es notable la necesidad de adaptar las tareas a la gran variedad de capacidades y cualidades que pudieran tener los participantes. Para atender a esta diversidad, se debe adaptar el lenguaje de las distintas tareas que se proponen, al igual que el empleado a la hora de comunicarnos con los asistentes. También hay que tener en cuenta que para resolver ciertas tareas se necesita determinado bagaje matemático que no todos los participantes podrían tener, por lo que en algunas ocasiones estas adaptaciones pasan por eliminar dichas tareas.

## 7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bassanezi, R., & Biembengut, M. (1997). Modelación matemática: Una antigua forma de investigación - un nuevo método de enseñanza. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, 32, 13-25. Recuperable en: <http://funes.uniandes.edu.co/3171/>
- Biembengut, M. S. y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación matemática*, 16(2), 105-125.
- Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling: a theory for practice. In *International perspectives on learning and teaching mathematics* (pp. 145-159). National Center for Mathematics Education.
- Blomhøj, M. y Højgaard Jensen, T. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching mathematics and its applications* 22 (3), 123-139.
- Calvo, M. (2000). Líneas generales de un programa de difusión de la ciencia al público. *Actas del I Congreso sobre Comunicación Social de la Ciencia*. Granada, 25-27 de marzo, Libro I, pp. 293-311.

- Lupiáñez, J. L. y Ruiz, J. F. (2014). Diseño de tareas para el desarrollo de la competencia STEM: los problemas de modelización matemática. [Entrada en un blog]. *Educacontic*. Recuperado de <http://www.educacontic.es/blog/disenio-de-tareas-para-el-desarrollo-de-la-competencia-stem-los-problemas-de-modelizacion>